Exercice 1

Voici le classement des médailles d'or reçues par les pays participant aux jeux olympiques pour le cyclisme masculin (Source : Wikipédia).

Bilan des médailles d'or de 1896 à 2008

Nation	Or
France	40
Italie	32
Royaume-Uni	18
Pays-Bas	15
États-Unis	14
Australie	13
Allemagne	13
Union soviétique	11
Belgique	6
Danemark	6
Allemagne de l'Ouest	6
Espagne	5
Allemagne de l'Est	4

Nation	Or
Russie	4
Suisse	3
Suède	3
Tchécoslovaquie	2
Norvège	2
Canada	1
Afrique du Sud	1
Grèce	1
Nouvelle-Zélande	1
Autriche	1
Estonie	1
Lettonie	1
Argentine	1

1. Voici un extrait du tableur :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Nombre de médailles d'or	1	2	3	4	5	6	11	13	14	15	18	32	40	
2	Effectif	8	2	2	2	1	3	1	2	1	1	1	1	1	26

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule O2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu une médaille d'or ?

2. (a) Calculer la moyenne de cette série (arrondir à l'unité).
   (b) Déterminer la médiane de cette série.
   (c) En observant les valeurs prises par la série, donner un argument qui explique pourquoi les valeurs de la moyenne et de la médiane sont différentes.
3. Pour le cyclisme masculin, 70 % des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. Quel est le nombre de pays qui n'ont obtenu que des médailles d'argent ou de bronze (arrondir le résultat à l'unité) ?

Exercice 2

On donne les expressions numériques suivantes :
$A = \left(3\sqrt{2}+5\right)^2$ et $B = \left(\sqrt{7}+3\right)\left(\sqrt{7}-3\right)$

Pour les deux questions suivantes, vous indiquerez au moins une étape de calcul.

1. Écrire A sous la forme $a+b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres entiers.
2. Calculer B.

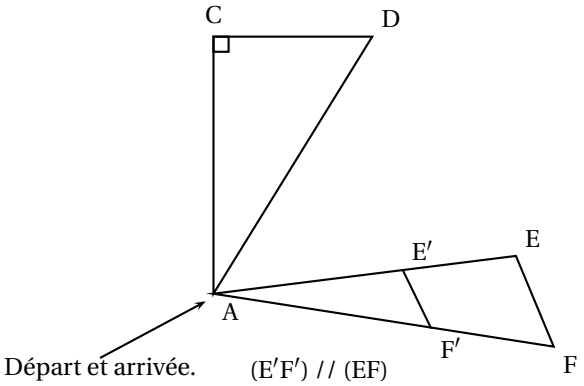
Exercice 3

Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisées ci-dessous :

- le parcours ACDA
- le parcours AEFA

Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km.
Peux-tu les aider à choisir le parcours ? Justifie.

Attention : la figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont correctes.



AC = 1,4 km
CD = 1,05 km
AE′ = 0,5 km
AE = 1,3 km
AF = 1,6 km
E′F′ = 0,4 km

L'angle $\widehat{A}$ dans le triangle AEF vaut 30 °

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des quatre questions, écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B, ou C correspondant à la réponse choisie.

	A	B	C
1. $\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right) : \frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{17}{7}$
2. Le PGCD des nombres 84 et 133 est	1	7	3
3. Les solutions de l'inéquation $-3x+5 \geqslant 9$ sont les nombres x tels que ...	$x \leqslant \frac{-4}{3}$	$x = \frac{-4}{3}$	$x \geqslant \frac{-4}{3}$
4. $\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ est égal à ...	3	$3-\sqrt{2}$	$3+2\sqrt{2}$

Exercice 5

Les 3 questions de cet exercice sont indépendantes

1. Soit $A = \dfrac{3\times10^5\times4\times\left(10^{-3}\right)^2}{16\times10^{-4}}$.

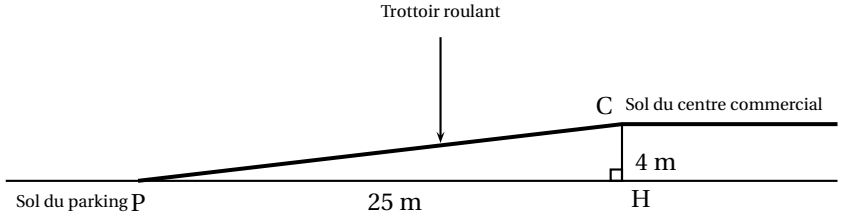
Donner l'écriture décimale de A puis son écriture scientifique.

2. On pose $E = 16 - (5x-3)^2$.
   (a) Calculer la valeur de E pour $x = -1$.
   (b) Développer et réduire E.
   (c) Factoriser E.
3. Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.
   (a) La somme de deux multiples de 5 est un multiple de 5.
   (b) Si 2 et 3 sont deux diviseurs d'un nombre entier, leur somme 5 est un diviseur de ce nombre.

Exercice 6

Dans cet exercice, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial.
Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.
La situation est présentée par le schéma ci-dessous.

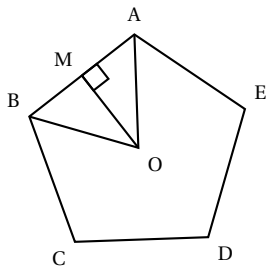


Caractéristiques du trottoir roulant : Modèle 1		**Caractéristiques du trottoir roulant** : Modèle 2
• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 12 ° • Vitesse : 0,5 m/s		• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 6 °. • Vitesse : 0,75 m/s.

Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial ? Justifier.

Exercice 7

Le Pentagone est un bâtiment hébergeant le ministère de la défense des Etats-Unis.
Il a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon OA= 238 m.
Il est représenté par le schéma ci-contre.

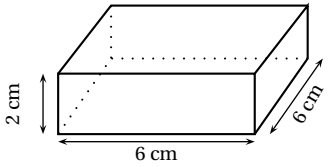


1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.
2. La hauteur issue de O dans le triangle AOB coupe le côté [AB] au point M.
   (a) Justifier que (OM) est aussi la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et la médiatrice de [AB].
   (b) Prouver que [AM] mesure environ 140 m.
   (c) En déduire une valeur approchée du périmètre du Pentagone.

Exercice 8

Flora fait des bracelets avec de la pâte à modeler. Ils sont tous constitués de 8 perles rondes et de 4 perles longues.

Cette pâte à modeler s'achète par blocs qui ont tous la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont précisées ci-contre.
La pâte peut se pétrir à volonté et durcit ensuite à la cuisson.



Information sur les perles :

Une perle ronde	Une perle longue
Boule de diamètre 8mm	Cylindre de hauteur 16 mm et de diamètre 8 mm

Flora achète deux blocs de pâte à modeler : un bloc de pâte à modeler bleue pour faire les perles rondes et un bloc de pâte à modeler blanche pour faire les perles longues.
Combien de bracelets peut-elle ainsi espérer réaliser ?

On rappelle les formules suivantes :
Volume d'un cylindre : $V = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$

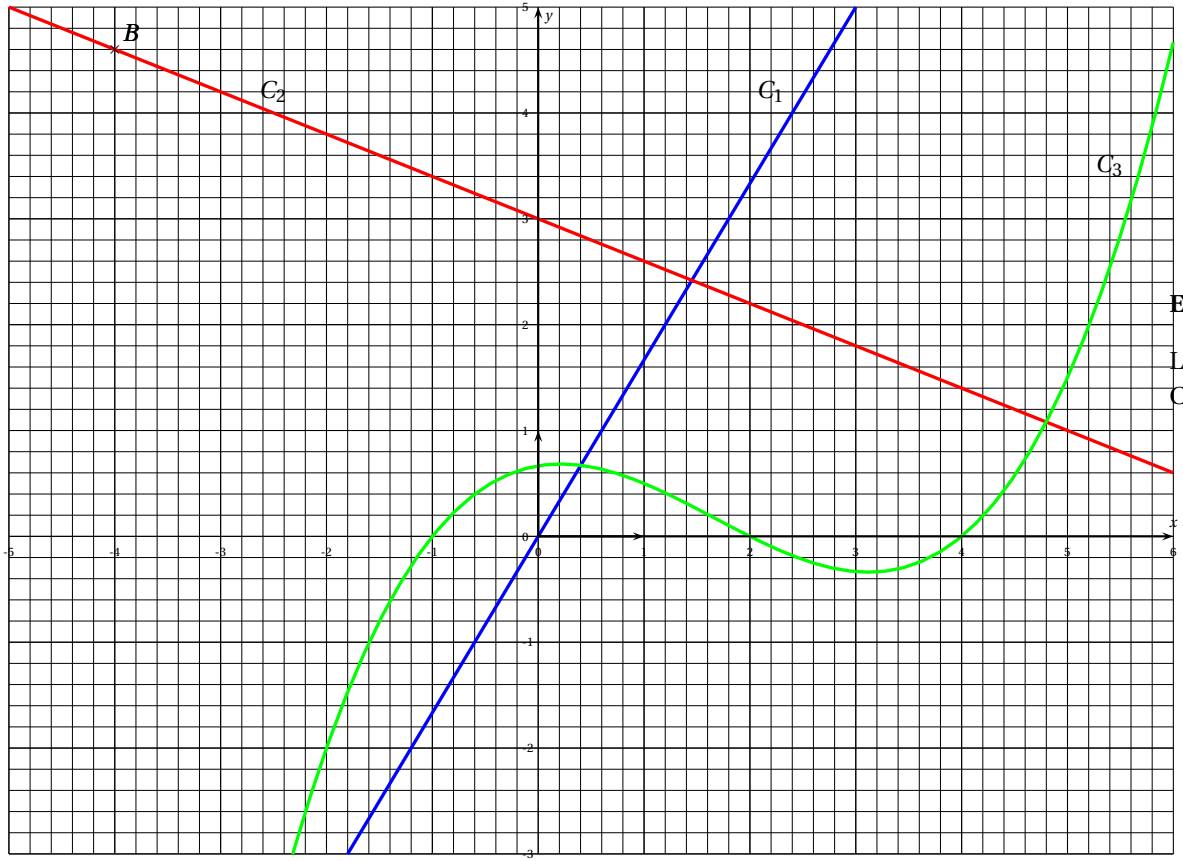
Exercice 9

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse.
2. (a) Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ?
   (b) Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ?

Exercice 10

On donne ci-dessous les représentations graphiques de trois fonctions. Ces représentations sont nommées C_1, C_2 et C_3.
L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction linéaire.
Une autre est la représentation graphique de la fonction f telle que $f : x \mapsto -0,4x+3$



1. Lire graphiquement les coordonnées du point B.
2. Par lecture graphique, déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe C_3 avec l'axe des abscisses.
3. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction linéaire ? Justifier.
4. Laquelle de ces représentations est celle de la fonction f ? Justifier.
5. Quel est l'antécédent de 1 par la fonction f ? Justifier par un calcul.
6. A est le point de coordonnées $(4,6\ ;\ 1,2)$. A appartient-il à C_2 ? Justifier par un calcul.

Exercice 11

Une société propose des sorties en mer sur un voilier. Il n'y a qu'un seul tarif adulte et qu'un seul tarif enfant.
Un premier groupe composé de 4 adultes et 6 enfants a payé au total 52 800 F.
Un deuxième groupe composé de 6 adultes et 4 enfants a payé au total 63 200 F pour la même sortie.

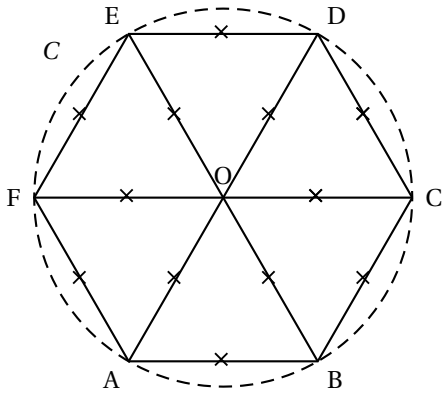
1. Un groupe, composé de 10 adultes et 10 enfants, a un budget total de 120 000 F. Ils se demandent s'ils auront assez d'argent pour une sortie en voilier. Sans connaître le prix des places, Emilie a une astuce pour répondre à cette question.

   Donner sa réponse et expliquer son raisonnement.
2. Le petit frère d'Emilie affirme qu'une place adulte coûte 7 000 F et qu'une place enfant coûte 2 500 F.

   A-t-il raison ? Justifier.
3. Pour cette sortie, combien payera un adulte accompagné d'un enfant ?

Exercice 12

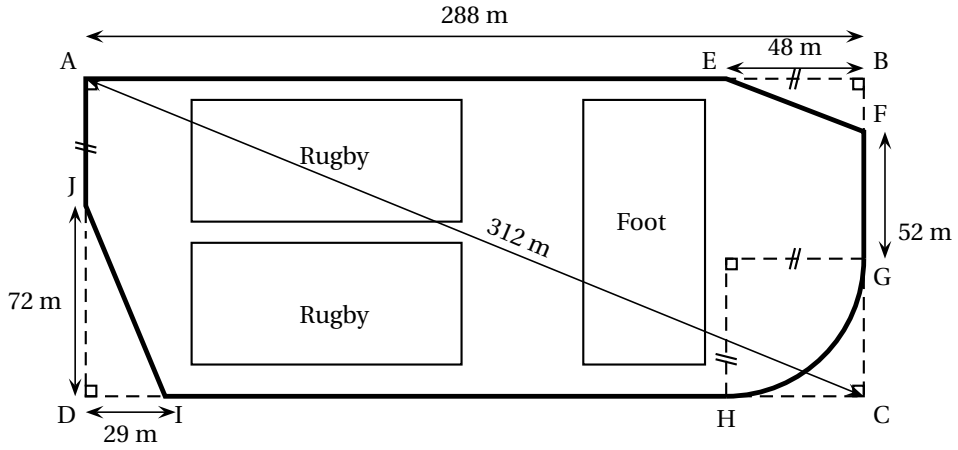
La figure ci-dessous est un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans un cercle C.
Cette figure **n'est pas en vraie grandeur**.



1. Construire un hexagone régulier, inscrit dans un cercle de rayon 3 cm.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{COE}$.
3. Montrer que l'angle $\widehat{CAE}$ mesure 60 °.
4. Quelle est la nature du triangle CAE ? Justifier.

Exercice 13

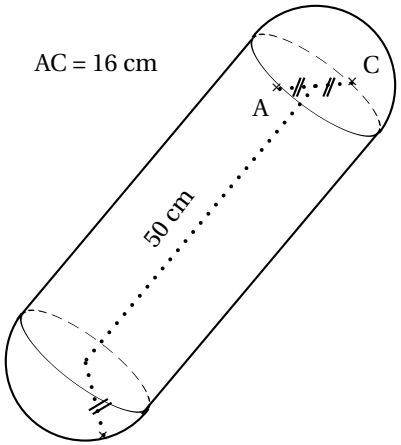
La ville BONVIVRE possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle ABCD dont on a « enlevé trois des coins ».
Le chemin de G à H est un arc de cercle ; les chemins de E à F et de I à J sont des segments.
Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable ? Justifier la réponse.

Exercice 14

Pour amortir les chocs contre les autres embarcations ou le quai, les péniches sont équipées de « boudins » de protection.
Calculer le volume exact en cm^3 du « boudin »de protection ci-dessous, puis arrondir au centième :



Rappel
Volume d'un cylindre de révolution
$V = \pi R^2 h$
où h désigne la hauteur du cylindre et R le rayon de la base.
Volume d'une boule
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$
où R désigne le rayon de la boule.

Exercice 15

Pendant le remplissage d'une écluse, Jules et Paul, à bord de leur péniche, patientent en jouant aux dés. Ces dès sont équilibrés.

1. Est-ce que, lors du jet d'un dé, la probabilité d'obtenir un « 1 » est la même que celle d'obtenir un « 5 » ? Expliquer.
2. Jules lance en même temps un dé rouge et un dé jaune. Par exemple il peut obtenir 3 au dé rouge et 4 au dé jaune, c'est l'une des issues possibles. Expliquer pourquoi le nombre d'issues possibles quand il lance ses deux dés est de 36.

Jules propose à Paul de jouer avec ces deux dés (un jaune et un rouge), Il lui explique la règle :

- Le gagnant est le premier à remporter un total de 1000 points.
- Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux « 1 », c'est-à-dire une paire* de « 1 », il remporte 1 000 points (et donc la partie).
- Si un joueur obtient une paire de 2, il obtient 100 fois la valeur du 2, soit $2 \times 100 = 200$ points.
- De même, si un joueur obtient une paire de 3 ou de 4 ou de 5 ou 6, il obtient 100 fois la valeur du dé soit $3 \times 100 = 300$, ou …
- Si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire (exemple 3 sur le dé jaune et 5 sur le dé rouge), il obtient 50 points.

* On appelle une paire de 1 quand on obtient deux 1, une paire de 2 quand on obtient deux 2 …

3. Paul a déjà fait 2 lancers et a obtenu 650 points.
   Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer ?
   Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même sur la copie une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 16

Le débit moyen q d'un fluide dépend de la vitesse moyenne v du fluide et de l'aire de la section d'écoulement d'aire S. Il est donné par la formule suivante :

$$q = S \times v$$

où q est exprimé en $m^3.s^{-1}$; S est exprimé en m^2 ; v est exprimé en $m.s^{-1}$.
Pour cette partie, on considérera que la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau à travers la vantelle durant le remplissage est $v = 2,8$ $m.s^{-1}$.
La vantelle a la forme d'un disque de rayon $R = 30$cm.

1. Quelle est l'aire exacte, en m^2, de la vantelle ?
2. Déterminer le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle durant le remplissage.
3. Pendant combien de secondes, faudra-t-il patienter pour le remplissage d'une écluse de capacité 756 m^3 ? Est-ce qu'on attendra plus de 15 minutes ?

Exercice 17

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 mètre.
A chaque rebond elle rebondit des $\frac{3}{4}$ de la hauteur d'où elle est tombée.
Quelle hauteur atteint la balle au cinquième rebond ? Arrondir au cm près.

Exercice 18

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse.
Justifier vos réponses.

Cas 1 : À l'entrée d'un cinéma, on peut lire les tarifs ci-dessous pour une place de cinéma.

Tarif d'une place de cinéma :	
Plein tarif :	9,50 €
Enfants (−12 ans) :	5,20 €
Étudiants :	6,65 €
Séniors :	7,40 €

Affirmation 1 : Les étudiants bénéficient d'une réduction de 30 % sur le plein tarif.

Cas 2 : a et b désignent des entiers positifs avec $a > b$
Affirmation 2 : PGCD$(a\,;\,b) = a - b$.

Cas 3 : A est égale au produit de la somme de x et de 5 par la différence entre $2x$ et 1. x désigne un nombre relatif.
Affirmation 3 : $A = 2x^2 + 9x - 5$.

Exercice 19

À l'aide d'un tableur, on a réalisé les tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont :

$$f(x) = 2x \quad \text{et} \quad g(x) = -2x + 8$$

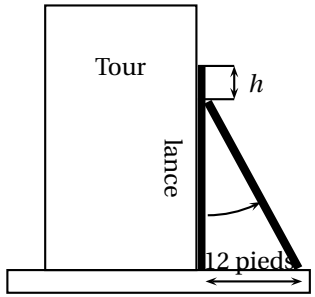
	B2			=2*B1		
	A	B	C	D	E	F
1	Valeur de x	0	1	2	3	4
2	Image de x	0	2	4	6	8
3						
4	Valeur de x	0	0,5	1	2	4
5	Image de x	8	7	6	4	0

1. Quelle est la fonction (f ou g) qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2 ?
2. Quelle formule a été saisie en cellule B5 ?
3. Donner, en justifiant, la solution de l'équation : $2x = -2x + 8$.

Exercice 20

À Pise vers 1200 après J. C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?
* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.

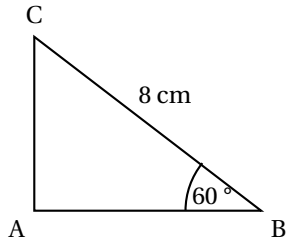


Exercice 21

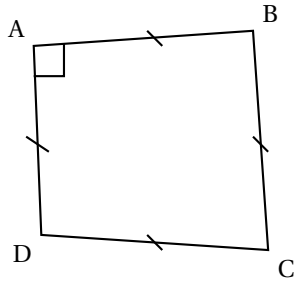
Attention les figures tracées ne respectent ni les mesures de longueur, ni les mesures d'angle

Répondre par « vrai » ou « faux » ou « on ne peut pas savoir » à chacune des affirmations suivantes et expliquer votre choix.

1. Tout triangle inscrit dans un cercle est rectangle.
2. Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors le triangle AMB est isocèle.
3. Dans le triangle ABC suivant, AB = 4 cm.



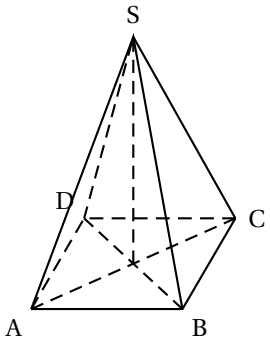
4. Le quadrilatère ABCD ci-contre est un carré.



Exercice 22

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm^3 d'huile par heure.

Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.

Rappel : *Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur*

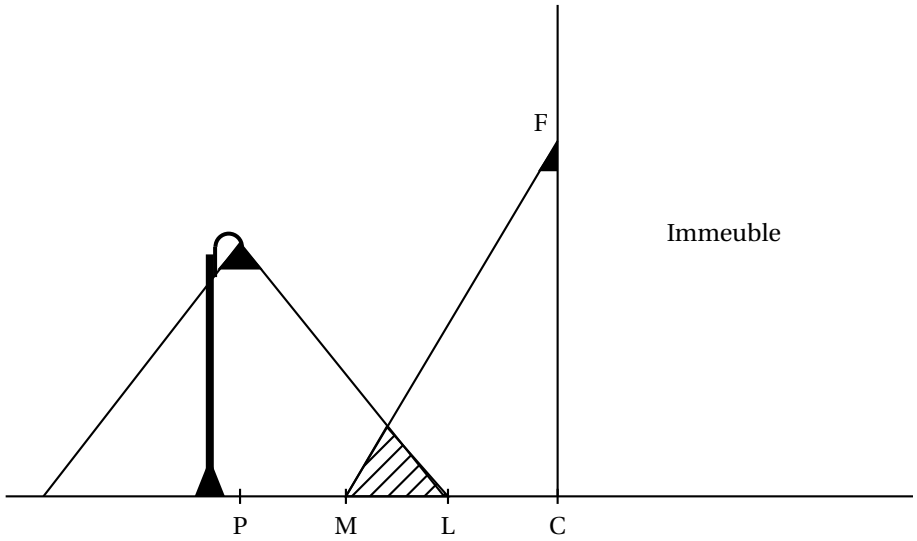
Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Exercice 23

1. Développer et réduire l'expression : $(2n+5)(2n-5)$ où n est un nombre quelconque.

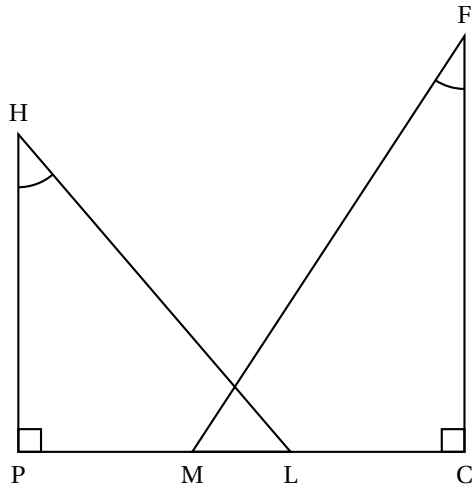
2. En utilisant la question 1, calculer 205×195.

Exercice 24



On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade de l'immeuble.

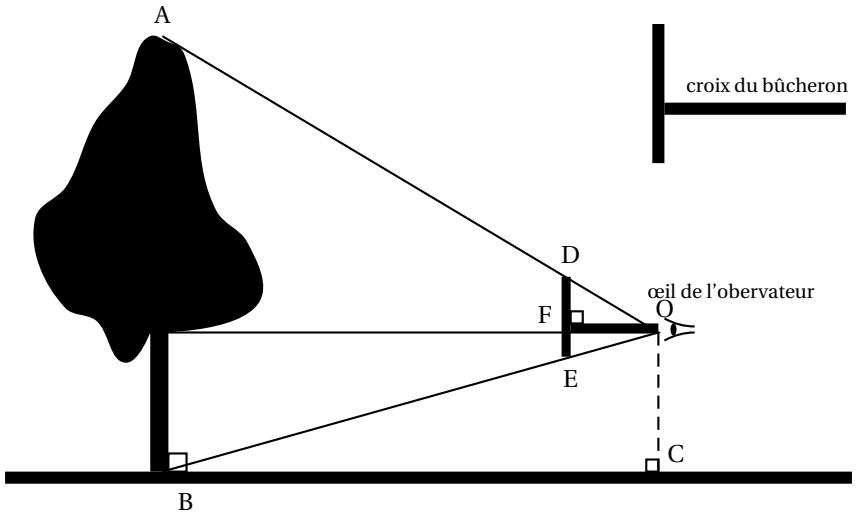
On réalise le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation :
On dispose des données suivantes :
PC = 5,5 m ; CF = 5 m ; HP = 4 m ;
$\widehat{MFC} = 33\,°$; $\widehat{PHL} = 40\,°$



1. Justifier que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à 3,4 m.
2. Calculer la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources de lumière. On arrondira la réponse au décimètre.
3. On effectue des réglages du spot situé en F afin que M et L soient confondus.
4. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CFM}$. On arrondira la réponse au degré.

Exercice 26

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-dessous. croix du bûcheron



Il place la croix de sorte que 0, D et A d'une part et 0, E et B d'autre part soient alignés.
Il sait que DE = 20 cm et OF = 35 cm. Il place [DE] verticalement et [OF] horizontalement.
Il mesure au sol BC = 7,7 m.

1. Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE. Justifier que le coefficient d'agrandissement est 22.
2. Calculer la hauteur de l'arbre en mètres.
3. Certaines croix du bûcheron sont telles que DE = OF. Quel avantage apporte ce type de croix ?
4. Julien enroule une corde autour du tronc de l'arbre à 1,5 m du sol. Il mesure ainsi une circonférence de 138 cm.
   Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur ? Donner un arrondi au centimètre près.

Exercice 27

On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

Choisir un nombre
Soustraire 0,5
Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ

Programme B :

Choisir un nombre
Calculer son carré
Multiplier le résultat par 2
Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ

1. (a) Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
   (b) Appliquer le programme B au nombre 10.
2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

   (a) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas ?
   (b) Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?
   (c) Prouver cette conjecture.
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes ?